Leyes Lógicas o Tautologías

Ejemplo *(Modus Ponens - afirmar afirmando)*

$$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q,$$

la tabla de valores de verdad es

Leyes Lógicas o Tautologías

Ejemplo *(Modus Ponens - afirmar afirmando)*

$$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q,$$

la tabla de valores de verdad es

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Ejemplo *(Modus Ponens - afirmar afirmando)*

$$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q,$$

la tabla de valores de verdad es

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	F
F	F	V	F

Ejemplo *(Modus Ponens - afirmar afirmando)*

$$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q,$$

la tabla de valores de verdad es

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$
V	V	V	V	
V	F	F	F	
F	V	V	F	
F	F	V	F	

Ejemplo *(Modus Ponens - afirmar afirmando)*

$$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q,$$

la tabla de valores de verdad es

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	
F	V	V	F	
F	F	V	F	

Leyes Lógicas o Tautologías

Ejemplo *(Modus Ponens - afirmar afirmando)*

$$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q,$$

la tabla de valores de verdad es

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	
F	F	V	F	

Leyes Lógicas o Tautologías

Ejemplo *(Modus Ponens - afirmar afirmando)*

$$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q,$$

la tabla de valores de verdad es

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	

Ejemplo *(Modus Ponens - afirmar afirmando)*

$$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q,$$

la tabla de valores de verdad es

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

Ejemplo *(Modus Ponens - afirmar afirmando)*

$$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q,$$

la tabla de valores de verdad es

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

Ejemplo Si sale el sol, entonces no hay nubes y es así que sale el sol; luego, no hay nubes.

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r),$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

Leyes Lógicas o Tautologías

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r),$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

p	q	r	$p \Longrightarrow q$	$q \Longrightarrow r$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	F	V	F
F	F	V	V	V
F	F	F	V	V

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r),$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	
V	F	V	F	V	
V	F	F	F	V	
F	V	V	V	V	
F	V	F	V	F	
F	F	V	V	V	
F	F	F	V	V	

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r),$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	
V	F	F	F	V	
F	V	V	V	V	
F	V	F	V	F	
F	F	V	V	V	
F	F	F	V	V	

Leyes Lógicas o Tautologías

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)\,,$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

p	q	r	$p \Longrightarrow q$	$q \Longrightarrow r$	$(p \Longrightarrow q) \bigwedge (q \Longrightarrow r)$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	F
V	F	F	F	V	
F	V	V	V	V	
F	V	F	V	F	
F	F	V	V	V	
F	F	F	V	V	

Leyes Lógicas o Tautologías

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)\,,$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	F
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	V	
F	V	F	V	F	
F	F	V	V	V	
F	F	F	V	V	

Leyes Lógicas o Tautologías

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)\,,$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	F
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	
F	F	V	V	V	
F	F	F	V	V	

Leyes Lógicas o Tautologías

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)\,,$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

p	q	r	$p \Longrightarrow q$	$q \Longrightarrow r$	$(p \Longrightarrow q) \bigwedge (q \Longrightarrow r)$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	F
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	
F	F	F	V	V	

Leyes Lógicas o Tautologías

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)\,,$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

p	q	r	$p \Longrightarrow q$	$q \Longrightarrow r$	$(p \Longrightarrow q) \bigwedge (q \Longrightarrow r)$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	F
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)\,,$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

p	q	r	$p \Longrightarrow q$	$q \Longrightarrow r$	$(p \Longrightarrow q) \bigwedge (q \Longrightarrow r)$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	F
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r),$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

p	q	r	$p \Longrightarrow q$	$q \Longrightarrow r$	$(p \Longrightarrow q) \bigwedge (q \Longrightarrow r)$	$p \Longrightarrow r$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F
V	F	V	F	V	F	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)\,,$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

p	q	r	$p \Longrightarrow q$	$q \Longrightarrow r$	$(p \Longrightarrow q) \bigwedge (q \Longrightarrow r)$	$p \Longrightarrow r$	$[(p \Longrightarrow q) \bigwedge (q \Longrightarrow r)] \Longrightarrow (p \Longrightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	
V	V	F	V	F	F	F	
V	F	V	F	V	F	V	
V	F	F	F	V	F	F	
F	V	V	V	V	V	V	
F	V	F	V	F	F	V	
F	F	V	V	V	V	V	
F	F	F	V	V	V	V	

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)\,,$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$	$p \Rightarrow r$	$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	
V	F	V	F	V	F	V	
V	F	F	F	V	F	F	
F	V	V	V	V	V	V	
F	V	F	V	F	F	V	
F	F	V	V	V	V	V	
F	F	F	V	V	V	V	

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)\,,$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$	$p \Rightarrow r$	$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	
V	F	F	F	V	F	F	
F	V	V	V	V	V	V	
F	V	F	V	F	F	V	
F	F	V	V	V	V	V	
F	F	F	V	V	V	V	

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)\,,$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$	$p \Rightarrow r$	$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	
F	V	V	V	V	V	V	
F	V	F	V	F	F	V	
F	F	V	V	V	V	V	
F	F	F	V	V	V	V	

Leyes Lógicas o Tautologías

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)\,,$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$	$p \Rightarrow r$	$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	
F	V	F	V	F	F	V	
F	F	V	V	V	V	V	
F	F	F	V	V	V	V	

Leyes Lógicas o Tautologías

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)\,,$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$	$p \Rightarrow r$	$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	
F	F	V	V	V	V	V	
F	F	F	V	V	V	V	

Leyes Lógicas o Tautologías

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)\,,$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$	$p \Rightarrow r$	$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	
F	F	F	V	V	V	V	

Leyes Lógicas o Tautologías

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)\,,$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$	$p \Rightarrow r$	$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	

Leyes Lógicas o Tautologías

Ejemplo (*Silogismo hipotético de Aristóteles*)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)\,,$$

Como tenemos tres proposiciones simples la tabla de valores tendrá ocho filas.

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$	$p \Rightarrow r$	$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Leyes Lógicas o Tautologías

Ejemplo $p \Rightarrow q$: Si quieres a tu novia, la respetas.

Leyes Lógicas o Tautologías

Ejemplo $p \Rightarrow q$: Si quieres a tu novia, la respetas.

$q \Rightarrow r$: Si respetas a tu novia, la escuchas cuando te habla.

Leyes Lógicas o Tautologías

Ejemplo $p \Rightarrow q$: Si quieres a tu novia, la respetas.

$q \Rightarrow r$: Si respetas a tu novia, la escuchas cuando te habla.

$p \Rightarrow r$: Si quieres a tu novia, la escuchas cuando te habla.

Proposición

p y q son lógicamente equivalentes si y solo si $p \Leftrightarrow q$ es una tautología.

Proposición

p y q son lógicamente equivalentes si y solo si $p \Leftrightarrow q$ es una tautología.

Demostración

1) Primero veremos que si p y q son lógicamente equivalentes entonces $p \Leftrightarrow q$ es una tautología.

Leyes Lógicas o Tautologías

Proposición

p y q son lógicamente equivalentes si y solo si $p \Leftrightarrow q$ es una tautología.

Demostración

1) Primero veremos que si p y q son lógicamente equivalentes entonces $p \Leftrightarrow q$ es una tautología.

2) Segundo veremos que si $p \Leftrightarrow q$ es una tautología entonces p y q son lógicamente equivalentes.

Leyes Lógicas o Tautologías

Proposición

p y q son lógicamente equivalentes si y solo si $p \Leftrightarrow q$ es una tautología.

Demostración

1) Primero veremos que si p y q son lógicamente equivalentes entonces $p \Leftrightarrow q$ es una tautología.

2) Segundo veremos que si $p \Leftrightarrow q$ es una tautología entonces p y q son lógicamente equivalentes.

Demostración de 1) Si p y q son lógicamente equivalentes entonces $p \Leftrightarrow q$ es una tautología.

Demostración de 1) Si p y q son lógicamente equivalentes entonces $p \Leftrightarrow q$ es una tautología.

Como p y q son lógicamente equivalentes no podemos tener que una sea F y la otra sea V.

Demostración de 1) Si p y q son lógicamente equivalentes entonces $p \Leftrightarrow q$ es una tautología.

Como p y q son lógicamente equivalentes no podemos tener que una sea F y la otra sea V.

Luego la tabla de verdad de $p \Leftrightarrow q$ se reduce a

p	q	$p \Longleftrightarrow q$
V	V	V
F	F	V

Demostración de 1) Si p y q son lógicamente equivalentes entonces $p \Leftrightarrow q$ es una tautología.

Como p y q son lógicamente equivalentes no podemos tener que una sea F y la otra sea V.

Luego la tabla de verdad de $p \Leftrightarrow q$ se reduce a

p	q	$p \Longleftrightarrow q$
V	V	V
F	F	V

De donde se sigue que $p \Leftrightarrow q$ es una tautología.

Demostración de 2): Si $p \Leftrightarrow q$ es una tautología entonces p y q son lógicamente equivalentes.

Demostración de 2): Si $p \Leftrightarrow q$ es una tautología entonces p y q son lógicamente equivalentes.

Como $p \Leftrightarrow q$ es una tautología, tenemos que $p \Leftrightarrow q$ es siempre verdadera.

Demostración de 2): Si $p \Leftrightarrow q$ es una tautología entonces p y q son lógicamente equivalentes.

Como $p \Leftrightarrow q$ es una tautología, tenemos que $p \Leftrightarrow q$ es siempre verdadera.

Para que un si y sólo si sea verdadero necesitamos que las dos proposiciones tengan el mismo valor de verdad.

Demostración de 2): Si $p \Leftrightarrow q$ es una tautología entonces p y q son lógicamente equivalentes.

Como $p \Leftrightarrow q$ es una tautología, tenemos que $p \Leftrightarrow q$ es siempre verdadera.

Para que un si y sólo si sea verdadero necesitamos que las dos proposiciones tengan el mismo valor de verdad.

Luego p y q tienen el mismo valor de verdad es decir son lógicamente equivalentes.

Leyes Lógicas o Tautologías

Nombre	Proposición	Proposición equivalente	Tautología
Involución	$\backsim(\backsim p)$	p	

Leyes Lógicas o Tautologías

Nombre	Proposición	Proposición equivalente	Tautología
Involución	$\backsim(\backsim p)$	p	$\backsim(\backsim p) \Leftrightarrow p$

Leyes Lógicas o Tautologías

Nombre	Proposición	Proposición equivalente	Tautología
Involución	$\backsim (\backsim p)$	p	$\backsim (\backsim p) \Leftrightarrow p$
Idempotencia	$p \wedge p$ $p \vee p$	p p	

Leyes Lógicas o Tautologías

Nombre	Proposición	Proposición equivalente	Tautología
Involución	$\backsim (\backsim p)$	p	$\backsim (\backsim p) \Leftrightarrow p$
Idempotencia	$p \wedge p$ $p \vee p$	p p	$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$ $(p \vee p) \Leftrightarrow p$

Leyes Lógicas o Tautologías

Nombre	Proposición	Proposición equivalente	Tautología
Involución	$\backsim(\backsim p)$	p	$\backsim(\backsim p) \Leftrightarrow p$
Idempotencia	$p \wedge p$ $p \vee p$	p p	$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$ $(p \vee p) \Leftrightarrow p$
Conmutatividad	$p \wedge q$ $p \vee q$	$q \wedge p$ $q \vee p$	

Leyes Lógicas o Tautologías

Nombre	Proposición	Proposición equivalente	Tautología
Involución	$\backsim (\backsim p)$	p	$\backsim (\backsim p) \Leftrightarrow p$
Idempotencia	$p \wedge p$ $p \vee p$	p p	$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$ $(p \vee p) \Leftrightarrow p$
Conmutatividad	$p \wedge q$ $p \vee q$	$q \wedge p$ $q \vee p$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$ $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$

Leyes Lógicas o Tautologías

Nombre	Proposición	Proposición equivalente	Tautología
Involución	$\backsim(\backsim p)$	p	$\backsim(\backsim p) \Leftrightarrow p$
Idempotencia	$p \wedge p$ $p \vee p$	p p	$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$ $(p \vee p) \Leftrightarrow p$
Conmutatividad	$p \wedge q$ $p \vee q$	$q \wedge p$ $q \vee p$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$ $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$
Asociatividad	$(p \wedge q) \wedge r$ $(p \vee q) \vee r$	$p \wedge (q \wedge r)$ $p \vee (q \vee r)$	

Leyes Lógicas o Tautologías

Nombre	Proposición	Proposición equivalente	Tautología
Involución	$\backsim(\backsim p)$	p	$\backsim(\backsim p) \Leftrightarrow p$
Idempotencia	$p \wedge p$ $p \vee p$	p p	$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$ $(p \vee p) \Leftrightarrow p$
Conmutatividad	$p \wedge q$ $p \vee q$	$q \wedge p$ $q \vee p$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$ $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$
Asociatividad	$(p \wedge q) \wedge r$ $(p \vee q) \vee r$	$p \wedge (q \wedge r)$ $p \vee (q \vee r)$	$(\mathrm{p}\wedge\mathrm{q})\wedge\mathrm{r}\Leftrightarrow\mathrm{p}\wedge(\mathrm{q}\wedge\mathrm{r})$ $(\mathrm{p}\vee\mathrm{q})\vee\mathrm{r}\Leftrightarrow\mathrm{p}\vee(\mathrm{q}\vee\mathrm{r})$

Leyes Lógicas o Tautologías

Nombre	Proposición	Proposición equivalente	Tautología
Involución	$\backsim(\backsim p)$	p	$\backsim(\backsim p) \Leftrightarrow p$
Idempotencia	$p \wedge p$ $p \vee p$	p p	$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$ $(p \vee p) \Leftrightarrow p$
Conmutatividad	$p \wedge q$ $p \vee q$	$q \wedge p$ $q \vee p$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$ $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$
Asociatividad	$(p \wedge q) \wedge r$ $(p \vee q) \vee r$	$p \wedge (q \wedge r)$ $p \vee (q \vee r)$	$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
Distributividad	$(p \wedge q) \vee r$ $(p \vee q) \wedge r$	$(p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $(p \wedge r) \vee (q \wedge r)$	

Leyes Lógicas o Tautologías

Nombre	Proposición	Proposición equivalente	Tautología
Involución	$\backsim(\backsim p)$	p	$\backsim(\backsim p) \Leftrightarrow p$
Idempotencia	$p \wedge p$ $p \vee p$	p p	$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$ $(p \vee p) \Leftrightarrow p$
Conmutatividad	$p \wedge q$ $p \vee q$	$q \wedge p$ $q \vee p$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$ $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$
Asociatividad	$(p \wedge q) \wedge r$ $(p \vee q) \vee r$	$p \wedge (q \wedge r)$ $p \vee (q \vee r)$	$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
Distributividad	$(p \wedge q) \vee r$ $(p \vee q) \wedge r$	$(p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $(p \wedge r) \vee (q \wedge r)$	$(p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow (p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $(p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$

Leyes Lógicas o Tautologías

Nombre	Proposición	Proposición equivalente	Tautología
Involución	$\backsim(\backsim p)$	p	$\backsim(\backsim p) \Leftrightarrow p$
Idempotencia	$p \wedge p$ $p \vee p$	p p	$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$ $(p \vee p) \Leftrightarrow p$
Conmutatividad	$p \wedge q$ $p \vee q$	$q \wedge p$ $q \vee p$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$ $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$
Asociatividad	$(p \wedge q) \wedge r$ $(p \vee q) \vee r$	$p \wedge (q \wedge r)$ $p \vee (q \vee r)$	$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
Distributividad	$(p \wedge q) \vee r$ $(p \vee q) \wedge r$	$(p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $(p \wedge r) \vee (q \wedge r)$	$(p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow (p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $(p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$
Ley de De Morgan	$\backsim(p \vee q)$ $\backsim(p \wedge q)$	$\backsim p \wedge \backsim q$ $\backsim p \vee \backsim q$	

Leyes Lógicas o Tautologías

Nombre	Proposición	Proposición equivalente	Tautología
Involución	$\backsim(\backsim p)$	p	$\backsim(\backsim p) \Leftrightarrow p$
Idempotencia	$p \wedge p$ $p \vee p$	p p	$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$ $(p \vee p) \Leftrightarrow p$
Conmutatividad	$p \wedge q$ $p \vee q$	$q \wedge p$ $q \vee p$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$ $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$
Asociatividad	$(p \wedge q) \wedge r$ $(p \vee q) \vee r$	$p \wedge (q \wedge r)$ $p \vee (q \vee r)$	$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
Distributividad	$(p \wedge q) \vee r$ $(p \vee q) \wedge r$	$(p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $(p \wedge r) \vee (q \wedge r)$	$(p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow (p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $(p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$
Ley de De Morgan	$\backsim(p \vee q)$ $\backsim(p \wedge q)$	$\backsim p \wedge \backsim q$ $\backsim p \vee \backsim q$	$\backsim(p \vee q) \Leftrightarrow (\backsim p \wedge \backsim q)$ $\backsim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\backsim p \vee \backsim q)$

Leyes Lógicas o Tautologías

Nombre	Proposición	Proposición equivalente	Tautología
Involución	$\backsim(\backsim p)$	p	$\backsim(\backsim p) \Leftrightarrow p$
Idempotencia	$p \wedge p$ $p \vee p$	p p	$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$ $(p \vee p) \Leftrightarrow p$
Conmutatividad	$p \wedge q$ $p \vee q$	$q \wedge p$ $q \vee p$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$ $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$
Asociatividad	$(p \wedge q) \wedge r$ $(p \vee q) \vee r$	$p \wedge (q \wedge r)$ $p \vee (q \vee r)$	$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
Distributividad	$(p \wedge q) \vee r$ $(p \vee q) \wedge r$	$(p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $(p \wedge r) \vee (q \wedge r)$	$(p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow (p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $(p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$
Ley de De Morgan	$\backsim(p \vee q)$ $\backsim(p \wedge q)$	$\backsim p \wedge \backsim q$ $\backsim p \vee \backsim q$	$\backsim(p \vee q) \Leftrightarrow (\backsim p \wedge \backsim q)$ $\backsim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\backsim p \vee \backsim q)$
Contrarecíproco	$p \Rightarrow q$	$\backsim q \Rightarrow \backsim p$	

Leyes Lógicas o Tautologías

Nombre	Proposición	Proposición equivalente	Tautología
Involución	$\backsim(\backsim p)$	p	$\backsim(\backsim p) \Leftrightarrow p$
Idempotencia	$p \wedge p$ $p \vee p$	p p	$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$ $(p \vee p) \Leftrightarrow p$
Conmutatividad	$p \wedge q$ $p \vee q$	$q \wedge p$ $q \vee p$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$ $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$
Asociatividad	$(p \wedge q) \wedge r$ $(p \vee q) \vee r$	$p \wedge (q \wedge r)$ $p \vee (q \vee r)$	$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
Distributividad	$(p \wedge q) \vee r$ $(p \vee q) \wedge r$	$(p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $(p \wedge r) \vee (q \wedge r)$	$(p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow (p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $(p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$
Ley de De Morgan	$\backsim(p \vee q)$ $\backsim(p \wedge q)$	$\backsim p \wedge \backsim q$ $\backsim p \vee \backsim q$	$\backsim(p \vee q) \Leftrightarrow (\backsim p \wedge \backsim q)$ $\backsim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\backsim p \vee \backsim q)$
Contrarecíproco	$p \Rightarrow q$	$\backsim q \Rightarrow \backsim p$	$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\backsim q \Rightarrow \backsim p)$

Leyes Lógicas o Tautologías

Nombre	Proposición	Proposición equivalente	Tautología
Involución	$\sim(\sim p)$	p	$\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$
Idempotencia	$p \wedge p$ $p \vee p$	p p	$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$ $(p \vee p) \Leftrightarrow p$
Conmutatividad	$p \wedge q$ $p \vee q$	$q \wedge p$ $q \vee p$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$ $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$
Asociatividad	$(p \wedge q) \wedge r$ $(p \vee q) \vee r$	$p \wedge (q \wedge r)$ $p \vee (q \vee r)$	$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
Distributividad	$(p \wedge q) \vee r$ $(p \vee q) \wedge r$	$(p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $(p \wedge r) \vee (q \wedge r)$	$(p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow (p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $(p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$
Ley de De Morgan	$\sim(p \vee q)$ $\sim(p \wedge q)$	$\sim p \wedge \sim q$ $\sim p \vee \sim q$	$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$ $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$
Contrarecíproco	$p \Rightarrow q$	$\sim q \Rightarrow \sim p$	$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$
Implicación	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$	

Leyes Lógicas o Tautologías

Nombre	Proposición	Proposición equivalente	Tautología
Involución	$\backsim(\backsim p)$	p	$\backsim(\backsim p) \Leftrightarrow p$
Idempotencia	$p \wedge p$ $p \vee p$	p p	$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$ $(p \vee p) \Leftrightarrow p$
Conmutatividad	$p \wedge q$ $p \vee q$	$q \wedge p$ $q \vee p$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$ $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$
Asociatividad	$(p \wedge q) \wedge r$ $(p \vee q) \vee r$	$p \wedge (q \wedge r)$ $p \vee (q \vee r)$	$(p\wedge q)\wedge r\Leftrightarrow p\wedge(q\wedge r)$ $(p\vee q)\vee r\Leftrightarrow p\vee(q\vee r)$
Distributividad	$(p \wedge q) \vee r$ $(p \vee q) \wedge r$	$(p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $(p \wedge r) \vee (q \wedge r)$	$(p\wedge q)\vee r\Leftrightarrow(p\vee r)\wedge(q\vee r)$ $(p\vee q)\wedge r\Leftrightarrow(p\wedge r)\vee(q\wedge r)$
Ley de De Morgan	$\backsim(p \vee q)$ $\backsim(p \wedge q)$	$\backsim p \wedge \backsim q$ $\backsim p \vee \backsim q$	$\backsim(p\vee q)\Leftrightarrow(\backsim p\wedge \backsim q)$ $\backsim(p\wedge q)\Leftrightarrow(\backsim p\vee \backsim q)$
Contrarecíproco	$p \Rightarrow q$	$\backsim q \Rightarrow \backsim p$	$(p\Rightarrow q)\Leftrightarrow(\backsim q\Rightarrow\backsim p)$
Implicación	$p \Rightarrow q$	$\backsim p \vee q$	$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\backsim p \vee q)$

Leyes Lógicas o Tautologías

Nombre	Proposición	Proposición equivalente	Tautología
Involución	$\backsim(\backsim p)$	p	$\backsim(\backsim p) \Leftrightarrow p$
Idempotencia	$p \wedge p$ $p \vee p$	p p	$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$ $(p \vee p) \Leftrightarrow p$
Conmutatividad	$p \wedge q$ $p \vee q$	$q \wedge p$ $q \vee p$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$ $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$
Asociatividad	$(p \wedge q) \wedge r$ $(p \vee q) \vee r$	$p \wedge (q \wedge r)$ $p \vee (q \vee r)$	$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
Distributividad	$(p \wedge q) \vee r$ $(p \vee q) \wedge r$	$(p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $(p \wedge r) \vee (q \wedge r)$	$(p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow (p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $(p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$
Ley de De Morgan	$\backsim(p \vee q)$ $\backsim(p \wedge q)$	$\backsim p \wedge \backsim q$ $\backsim p \vee \backsim q$	$\backsim(p \vee q) \Leftrightarrow (\backsim p \wedge \backsim q)$ $\backsim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\backsim p \vee \backsim q)$
Contrarecíproco	$p \Rightarrow q$	$\backsim q \Rightarrow \backsim p$	$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\backsim q \Rightarrow \backsim p)$
Implicación	$p \Rightarrow q$	$\backsim p \vee q$	$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\backsim p \vee q)$
Ley de Absorción	$[(p \wedge q) \vee p]$ $[(p \vee q) \wedge p]$	p	

Leyes Lógicas o Tautologías

Nombre	Proposición	Proposición equivalente	Tautología
Involución	$\backsim(\backsim p)$	p	$\backsim(\backsim p) \Leftrightarrow p$
Idempotencia	$p \wedge p$ $p \vee p$	p p	$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$ $(p \vee p) \Leftrightarrow p$
Conmutatividad	$p \wedge q$ $p \vee q$	$q \wedge p$ $q \vee p$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$ $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$
Asociatividad	$(p \wedge q) \wedge r$ $(p \vee q) \vee r$	$p \wedge (q \wedge r)$ $p \vee (q \vee r)$	$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
Distributividad	$(p \wedge q) \vee r$ $(p \vee q) \wedge r$	$(p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $(p \wedge r) \vee (q \wedge r)$	$(p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow (p \vee r) \wedge (q \vee r)$ $(p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$
Ley de De Morgan	$\backsim(p \vee q)$ $\backsim(p \wedge q)$	$\backsim p \wedge \backsim q$ $\backsim p \vee \backsim q$	$\backsim(p \vee q) \Leftrightarrow (\backsim p \wedge \backsim q)$ $\backsim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\backsim p \vee \backsim q)$
Contrarecíproco	$p \Rightarrow q$	$\backsim q \Rightarrow \backsim p$	$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\backsim q \Rightarrow \backsim p)$
Implicación	$p \Rightarrow q$	$\backsim p \vee q$	$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\backsim p \vee q)$
Ley de Absorción	$[(p \wedge q) \vee p]$ $[(p \vee q) \wedge p]$	p	$[(p \wedge q) \vee p] \Leftrightarrow p$ $[(p \vee q) \wedge p] \Leftrightarrow p$

Funciones Proposicionales. Cuantificación

Definición

Una **función proposicional** *de una variable o indeterminada* x*, es toda oración en la que figura* x *como sujeto u objeto directo, la cual, se convierte en proposición para cada valor particular de* x.

Funciones Proposicionales. Cuantificación

Definición

Una **función proposicional** *de una variable o indeterminada x, es toda oración en la que figura x como sujeto u objeto directo, la cual, se convierte en proposición para cada valor particular de x.*

Las funciones proposicionales serán denotadas por $P(x)$, $Q(x)$, etc.

Definición

Una **función proposicional** *de una variable o indeterminada x, es toda oración en la que figura x como sujeto u objeto directo, la cual, se convierte en proposición para cada valor particular de x.*

Las funciones proposicionales serán denotadas por $P(x)$, $Q(x)$, etc.

Ejemplo

Analicemos la siguiente función proposicional

$$\textit{si } x^2 = 9 \textit{ entonces } x = 3,$$

Funciones Proposicionales. Cuantificación

Ejemplo

Analicemos la siguiente función proposicional

$$si\ x^2 = 9\ entonces\ x = 3,$$

No es una proposición, por que no podemos decidir sobre su verdad o falsedad,, ésta depende de los valores que tome la variable x.

Funciones Proposicionales. Cuantificación

Ejemplo

Analicemos la siguiente función proposicional

$$\textit{si } x^2 = 9 \textit{ entonces } x = 3,$$

No es una proposición, por que no podemos decidir sobre su verdad o falsedad,, ésta depende de los valores que tome la variable x.

$$\begin{array}{ll} P(3) & \textit{es una proposición verdadera,} \\ P(-3) & \textit{es una proposición falsa,} \\ P(1) & \textit{es una proposición verdadera.} \end{array}$$

Funciones Proposicionales. Cuantificación

Podemos transformar funciones proposicionales en proposiciones mediante un proceso llamado de *cuantificación*

Funciones Proposicionales. Cuantificación

Podemos transformar funciones proposicionales en proposiciones mediante un proceso llamado de *cuantificación*

- El cuantificador *universal*: "$\forall\ x : P(x)$", se lee "Para todo x, se verifica $P(x)$" o "Para cada x, se verifica $P(x)$".

Funciones Proposicionales. Cuantificación

Podemos transformar funciones proposicionales en proposiciones mediante un proceso llamado de *cuantificación*

- El cuantificador *universal*: "$\forall\ x : P(x)$", se lee "Para todo x, se verifica $P(x)$" o "Para cada x, se verifica $P(x)$".

- El cuantificador *existencial*: "$\exists\ x : P(x)$", se lee "Existe un x, tal que se verifica $P(x)$" o "Existe al menos un x, tal que se verifica $P(x)$".

Funciones Proposicionales. Cuantificación

Podemos transformar funciones proposicionales en proposiciones mediante un proceso llamado de *cuantificación*

- El cuantificador *universal*: "$\forall\, x : P\,(x)$", se lee "Para todo x, se verifica $P\,(x)$" o "Para cada x, se verifica $P\,(x)$".
- El cuantificador *existencial*: "$\exists\, x : P\,(x)$", se lee "Existe un x, tal que se verifica $P\,(x)$" o "Existe al menos un x, tal que se verifica $P\,(x)$".

Una función proposicional $P\,(x)$ cuantificada universalmente, $\forall\, x : P\,(x)$, es **verdadera** si y sólo si todas las proposiciones particulares asociadas a $P\,(x)$ son **verdaderas.**

Funciones Proposicionales. Cuantificación

Podemos transformar funciones proposicionales en proposiciones mediante un proceso llamado de *cuantificación*

- El cuantificador *universal*: "$\forall\ x : P(x)$", se lee "Para todo x, se verifica $P(x)$" o "Para cada x, se verifica $P(x)$".
- El cuantificador *existencial*: "$\exists\ x : P(x)$", se lee "Existe un x, tal que se verifica $P(x)$" o "Existe al menos un x, tal que se verifica $P(x)$".

Una función proposicional $P(x)$ cuantificada universalmente, $\forall\ x : P(x)$, es **verdadera** si y sólo si todas las proposiciones particulares asociadas a $P(x)$ son **verdaderas.**

En cambio, para que la función proposicional $P(x)$ cuantificada existencialmente, $\exists\ x : P(x)$, sea **verdadera,** sólo se necesita la verdad de alguna de las proposiciones asociadas a $P(x)$.

Ejemplo: Analicemos la siguiente proposición: "Todos los bebes en proceso de gestación tienen derecho a vivir".

Ejemplo: Analicemos la siguiente proposición: “Todos los bebes en proceso de gestación tienen derecho a vivir”.

Los elementos son *los bebes en proceso de gestación* y la cualidad: *tienen derecho a vivir*

Ejemplo: Analicemos la siguiente proposición: "Todos los bebes en proceso de gestación tienen derecho a vivir".

Los elementos son *los bebes en proceso de gestación* y la cualidad: *tienen derecho a vivir*

$$P(x): \quad x \text{ tiene derecho a vivir}$$

y el cuantificador universal se refiere al conjunto A de todos los bebes en proceso de gestación.

Ejemplo (continuación): Tenemos la siguiente proposición verdadera:

Ejemplo (continuación): Tenemos la siguiente proposición verdadera:

$\forall\, x \in A : P(x)$ se lee: para cada x en A, x tiene derecho a vivir, ó

Ejemplo (continuación): Tenemos la siguiente proposición verdadera:

$\forall\, x \in A : P\,(x)$ se lee: para cada x en A, x tiene derecho a vivir, ó cualquiera sea x, x tiene derecho a vivir.

Ejemplo (continuación): Tenemos la siguiente proposición verdadera:

$\forall\ x \in A : P(x)$	se lee:	para cada x en A, x tiene derecho a vivir, ó cualquiera sea x, x tiene derecho a vivir.

Si negamos la proposición anterior, obtenemos una proposición falsa, del modo siguiente

Funciones Proposicionales. Cuantificación

Ejemplo (continuación): Tenemos la siguiente proposición verdadera:

$\forall\ x \in A : P\,(x)$ se lee: para cada x en A, x tiene derecho a vivir, ó cualquiera sea x, x tiene derecho a vivir.

Si negamos la proposición anterior, obtenemos una proposición falsa, del modo siguiente

"No todos los bebes en proceso de gestación tienen derecho a vivir" ó

Funciones Proposicionales. Cuantificación

Ejemplo (continuación): Tenemos la siguiente proposición verdadera:

$\forall\ x \in A : P(x)$ se lee: para cada x en A, x tiene derecho a vivir, ó cualquiera sea x, x tiene derecho a vivir.

Si negamos la proposición anterior, obtenemos una proposición falsa, del modo siguiente

"No todos los bebes en proceso de gestación tienen derecho a vivir" ó

"Existen bebes en proceso de gestación que no tienen derecho a vivir", en símbolos tenemos

Ejemplo (continuación): Tenemos la siguiente proposición verdadera:

$\forall\ x \in A : P(x)$ se lee: para cada x en A, x tiene derecho a vivir, ó cualquiera sea x, x tiene derecho a vivir.

Si negamos la proposición anterior, obtenemos una proposición falsa, del modo siguiente

"No todos los bebes en proceso de gestación tienen derecho a vivir" ó

"Existen bebes en proceso de gestación que no tienen derecho a vivir", en símbolos tenemos

$\backsim (\forall x \in \mathbb{Z} : P(x))$	No todos los bebes en proceso de gestación tienen derecho a vivir
$\exists x \in \mathbb{Z} : \backsim P(x)$	Existen bebes en proceso de gestación que no tienen derecho a vivir

Funciones Proposicionales. Cuantificación

Para negar una función proposicional cuantificada existencialmente se cambia el cuantificador en universal, y se niega la función proposicional. Es decir, tenemos las siguiente equivalencias

Funciones Proposicionales. Cuantificación

Para negar una función proposicional cuantificada existencialmente se cambia el cuantificador en universal, y se niega la función proposicional. Es decir, tenemos las siguiente equivalencias

$$\backsim \quad [\forall x : P(x)] \equiv \exists x : \backsim P(x)$$

Funciones Proposicionales. Cuantificación

Para negar una función proposicional cuantificada existencialmente se cambia el cuantificador en universal, y se niega la función proposicional. Es decir, tenemos las siguiente equivalencias

$$\backsim \quad [\forall x : P(x)] \equiv \exists x : \backsim P(x)$$

$$\backsim \quad [\exists x : P(x)] \equiv \forall x : \backsim P(x)$$

Para negar una función proposicional cuantificada existencialmente se cambia el cuantificador en universal, y se niega la función proposicional. Es decir, tenemos las siguiente equivalencias

$$\backsim \quad [\forall x : P(x)] \equiv \exists x : \backsim P(x)$$
$$\backsim \quad [\exists x : P(x)] \equiv \forall x : \backsim P(x)$$

Ejemplo: Sea $P(x) : x + 1 < 5$. Tenemos que x se refiere a números reales, así:

Funciones Proposicionales. Cuantificación

Para negar una función proposicional cuantificada existencialmente se cambia el cuantificador en universal, y se niega la función proposicional. Es decir, tenemos las siguiente equivalencias

$$\backsim \quad [\forall x : P(x)] \equiv \exists x : \backsim P(x)$$
$$\backsim \quad [\exists x : P(x)] \equiv \forall x : \backsim P(x)$$

Ejemplo: Sea $P(x) : x + 1 < 5$. Tenemos que x se refiere a números reales, así:

$\exists x : P(x)$, es verdadera porque $P(1)$ es Verdadera.

Para negar una función proposicional cuantificada existencialmente se cambia el cuantificador en universal, y se niega la función proposicional. Es decir, tenemos las siguiente equivalencias

$$\backsim \quad [\forall x : P(x)] \equiv \exists x : \backsim P(x)$$
$$\backsim \quad [\exists x : P(x)] \equiv \forall x : \backsim P(x)$$

Ejemplo: Sea $P(x) : x + 1 < 5$. Tenemos que x se refiere a números reales, así:

$\exists x : P(x)$, es verdadera porque $P(1)$ es Verdadera.

$\forall x : P(x)$, es falsa porque $P(7)$ es Falsa.

Funciones Proposicionales. Cuantificación

Para negar una función proposicional cuantificada existencialmente se cambia el cuantificador en universal, y se niega la función proposicional. Es decir, tenemos las siguiente equivalencias

$$\backsim \quad [\forall x : P(x)] \equiv \exists x : \backsim P(x)$$
$$\backsim \quad [\exists x : P(x)] \equiv \forall x : \backsim P(x)$$

Ejemplo: Sea $P(x) : x + 1 < 5$. Tenemos que x se refiere a números reales, así:

$\exists x : P(x)$, es verdadera porque $P(1)$ es Verdadera.

$\forall x : P(x)$, es falsa porque $P(7)$ es Falsa.

El siguiente ejemplo muestra la importancia del dominio o conjunto de definición de la variable x.

El siguiente ejemplo muestra la importancia del dominio o conjunto de definición de la variable x.

Ejemplo: Dada la función proposicional: $P(x) : x^2 = -1$, consideremos las proposiciones

El siguiente ejemplo muestra la importancia del dominio o conjunto de definición de la variable x.

Ejemplo: Dada la función proposicional: $P(x) : x^2 = -1$, consideremos las proposiciones

$\exists x \in \mathbb{R} : P(x)$	Es falsa porque no existe ningún número real tal que $x^2 = -1$

Funciones Proposicionales. Cuantificación

El siguiente ejemplo muestra la importancia del dominio o conjunto de definición de la variable x.

Ejemplo: Dada la función proposicional: $P(x) : x^2 = -1$, consideremos las proposiciones

$\exists x \in \mathbb{R} : P(x)$	Es falsa porque no existe ningún número real tal que $x^2 = -1$
$\exists x \in \mathbb{C} : P(x)$	Es verdadera porque existe el número complejo $x = 0 + 1i$ tal que $(0 + 1i)^2 = -1$.