Rentas prepagables

El valor actual de la renta resulta natural calcularlo al momento que se impuso el primer capital, que es el momento en el cual se inicia la operción. Por otro lado, el valor nal de la renta debe ser calculado un periodo despues del pago del ultimo término.

Rentas prepagables

El valor actual de la renta resulta natural calcularlo al momento que se impuso el primer capital, que es el momento en el cual se inicia la operción. Por otro lado, el valor nal de la renta debe ser calculado un periodo despues del pago del ultimo término.

GRAFICAR

Rentas prepagables

El valor actual de la renta resulta natural calcularlo al momento que se impuso el primer capital, que es el momento en el cual se inicia la operción. Por otro lado, el valor nal de la renta debe ser calculado un periodo despues del pago del ultimo término.

GRAFICAR

Ejemplo: Se paga el alquiler y luego se ocupa el inmueble. Además, la propiedad no esta disponible (para el propietario) sino hasta despu es de un periodo del momento del pago del ultimo t ermino.

Rentas prepagables

Dada una renta prepagable constante de n términos de montante C disponibles a los momentos $0; 1; 2; ...; n-1$ (p-periodos) y una tasa p-periódica $i^{(p)}$ es claro que

$$VA_{prepagable}(0) = VA_{postpagable}(-1)(1 + i^{(p)})$$

Rentas prepagables

Dada una renta prepagable constante de n términos de montante C disponibles a los momentos $0; 1; 2; ...; n-1$ (p-periodos) y una tasa p-periódica $i^{(p)}$ es claro que

$$VA_{prepagable}(0) = VA_{postpagable}(-1)(1 + i^{(p)})$$

$$VA_{prepagable}(0) = C\frac{1 - \left(1 + i^{(p)}\right)^{-n}}{i^{(p)}}(1 + i^{(p)}) \qquad (1)$$

Rentas prepagables

Dada una renta prepagable constante de n términos de montante C disponibles a los momentos $0; 1; 2; ...; n-1$ (p-periodos) y una tasa p-periódica $i^{(p)}$ es claro que

$$VA_{prepagable}(0) = VA_{postpagable}(-1)(1+i^{(p)})$$

$$VA_{prepagable}(0) = C\frac{1-\left(1+i^{(p)}\right)^{-n}}{i^{(p)}}(1+i^{(p)}) \tag{1}$$

Para el valor final tenemos que

$$VF_{prepagable}(n) = VF_{postpagable}(n-1)(1+i^{(p)}) = C\frac{\left(1+i^{(p)}\right)^{n}-1}{i^{(p)}}(1+i^{(p)}) \tag{2}$$

Rentas perpetuas

Hay un número de situaciones que generan un flujo infinito de fondos:

1. Depósitar una suma de dinero, y retirar solamente los intereses generados.
2. Los presupuestos de ciertas agencias del estado.
3. Los dividendos provenientes de acciones de una compañia.
4. Las rentas inmobiliarias (los ingresos que produce una propiedad al ser alquilada), etc.

Llamaremos **rentas perpetuas** a toda renta que conste de una sucesión infinita de términos

Rentas perpetuas constantes vencidas (pospagables)

Si el compromiso comienza en el momento 0 (cero) y no tiene fecha de finalización el momento n, los términos se imponen a período vencido ($t_1 = 1$), y la renta esta sujeta a una tasa p-períodica $i^{(p)}$ (dimensionalmente compatible con la unidad temporal usada para medir los períodos entre imposiciones). Es claro que

$$VA\,(0) = \sum_{k=1}^{n} \frac{C}{\left(1 + i^{(p)}\right)^{k}}$$

Rentas perpetuas constantes vencidas (pospagables)

Ahora si el compromiso no tienen fecha de finalización

$$VA\left(0\right)=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^{k}}$$

Rentas perpetuas constantes vencidas (pospagables)

Ahora si el compromiso no tienen fecha de finalización

$$VA\left(0\right) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^{k}}$$

$$= C \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\left(1+i^{(p)}\right)^{k}}$$

Rentas perpetuas constantes vencidas (pospagables)

Ahora si el compromiso no tienen fecha de finalización

$$VA\left(0\right) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^{k}}$$

$$= C \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\left(1+i^{(p)}\right)^{k}}$$

$$= C \frac{1}{\left(1+i^{(p)}\right)} \frac{1}{1-\dfrac{1}{\left(1+i^{(p)}\right)}}$$

Rentas perpetuas constantes vencidas (pospagables)

Ahora si el compromiso no tienen fecha de finalización

$$VA\left(0\right)=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^{k}}$$

$$=C\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{\left(1+i^{(p)}\right)^{k}}$$

$$=C\frac{1}{\left(1+i^{(p)}\right)}\frac{1}{1-\dfrac{1}{\left(1+i^{(p)}\right)}}$$

$$=\frac{C}{i^{(p)}}$$

Rentas perpetuas constantes vencidas (pospagables)

Ahora si el compromiso no tienen fecha de finalización

$$VA(0) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^k}$$

$$= C \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\left(1+i^{(p)}\right)^k}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} ar^{k-1} = a\frac{1}{1-r} \text{ si } |r| < 1$$

$$= C \frac{1}{\left(1+i^{(p)}\right)} \frac{1}{1-\dfrac{1}{\left(1+i^{(p)}\right)}}$$

$$= \frac{C}{i^{(p)}}$$

Rentas perpetuas constantes vencidas (pospagables)

Ahora si el compromiso no tienen fecha de finalización

$$VA(0) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^k}$$

$$= C \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\left(1+i^{(p)}\right)^k}$$

$$= C \frac{1}{\left(1+i^{(p)}\right)} \frac{1}{1-\dfrac{1}{\left(1+i^{(p)}\right)}}$$

$$= \frac{C}{i^{(p)}}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} ar^{k-1} = a\frac{1}{1-r} \text{ si } |r| < 1$$

$$0 < a = r = \frac{1}{1+i^{(p)}} < 1$$

Rentas perpetuas constantes vencidas (pospagables)

Ejemplo: El estado se compromete a entregar todos los meses (a mes vencido) la suma de $ 15.000 a una fundación sin fines de lucros. ¿Cuál es el valor actual de dicha renta? si la fundación puede depositar sus excedentes al 1.3% mensual. GRAFICAR

Ejemplo: El estado se compromete a entregar todos los meses (a mes vencido) la suma de \$ 15.000 a una fundación sin fines de lucros. ¿Cuál es el valor actual de dicha renta? si la fundación puede depositar sus excedentes al 1.3% mensual. GRAFICAR

$$VA\left(0\right)=\frac{15.000}{0,013}=1.153.846,15385$$

Rentas perpetuas constantes vencidas (pospagables)

Ejemplo: El estado se compromete a entregar todos los meses (a mes vencido) la suma de \$ 15.000 a una fundación sin fines de lucros. ¿Cuál es el valor actual de dicha renta? si la fundación puede depositar sus excedentes al 1.3% mensual. GRAFICAR

$$VA\left(0\right) = \frac{15.000}{0,013} = 1.153.846,15385$$

Observación : El valor actual de una renta perpetua, vencida, p-períodica, constante de término C, a una tasa $i^{(p)}$: es la suma de dinero que se debe depositar a la tasa $i^{(p)}$ para retirar al final de cada p-período la suma C.

Rentas perpetuas constantes vencidas (pospagables)

Observación: He aquí, otra deducción para el valor actual de una renta constante perpetua vencida (o pospagable). Recordando que

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^{k}} = C\frac{1-\left(1+i^{(p)}\right)^{-n}}{i^{(p)}}$$

Rentas perpetuas constantes vencidas (pospagables)

Observación: He aquí, otra deducción para el valor actual de una renta constante perpetua vencida (o pospagable). Recordando que

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^{k}} = C\frac{1-\left(1+i^{(p)}\right)^{-n}}{i^{(p)}}$$

y que

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^{k}} = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^{k}}$$

Rentas perpetuas constantes vencidas (pospagables)

Observación: He aquí, otra deducción para el valor actual de una renta constante perpetua vencida (o pospagable). Recordando que

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^{k}} = C\frac{1-\left(1+i^{(p)}\right)^{-n}}{i^{(p)}}$$

y que

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^{k}} = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^{k}}$$

tenemos que

$$VA\left(0\right) = \lim_{n\to\infty} C\frac{1-\left(1+i^{(p)}\right)^{-n}}{i^{(p)}}$$

Observación: He aquí, otra deducción para el valor actual de una renta constante perpetua vencida (o pospagable). Recordando que

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^{k}} = C\frac{1-\left(1+i^{(p)}\right)^{-n}}{i^{(p)}}$$

y que

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^{k}} = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^{k}}$$

tenemos que

$$VA\left(0\right) = \lim_{n\to\infty} C\frac{1-\left(1+i^{(p)}\right)^{-n}}{i^{(p)}} = \frac{C}{i^{(p)}}$$

Rentas perpetuas constantes adelantadas (prepagables)

En este caso tenemos que GRAFICAR.

$$VA_{prepagable}(0) = VA_{postpagable}(-1)(1+i^{(p)}) = \frac{C}{i^{(p)}}(1+i^{(p)}) \qquad (3)$$

Rentas perpetuas constantes adelantadas (prepagables)

Observación: Una deducción para el valor actual de una renta constante perpetua adelantada (prepagable). Recordando que el valor actual de una renta de este tipo de n términos es

$$\sum_{k=0}^{n-1} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^{k}} = C\frac{1-\left(1+i^{(p)}\right)^{-n}}{i^{(p)}}\left(1+i^{(p)}\right)$$

Rentas perpetuas constantes adelantadas (prepagables)

Observación: Una deducción para el valor actual de una renta constante perpetua adelantada (prepagable). Recordando que el valor actual de una renta de este tipo de n términos es

$$\sum_{k=0}^{n-1} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^k} = C\frac{1-\left(1+i^{(p)}\right)^{-n}}{i^{(p)}}\left(1+i^{(p)}\right)$$

y que

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^k} = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^k}$$

Rentas perpetuas constantes adelantadas (prepagables)

Observación: Una deducción para el valor actual de una renta constante perpetua adelantada (prepagable). Recordando que el valor actual de una renta de este tipo de n términos es

$$\sum_{k=0}^{n-1} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^k} = C\frac{1-\left(1+i^{(p)}\right)^{-n}}{i^{(p)}}\left(1+i^{(p)}\right)$$

y que

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^k} = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} \frac{C}{\left(1+i^{(p)}\right)^k}$$

tenemos que

$$\begin{aligned} VA(0) &= \lim_{n\to\infty} C\frac{1-\left(1+i^{(p)}\right)^{-n}}{i^{(p)}}\left(1+i^{(p)}\right) \\ &= \frac{C}{i^{(p)}}\left(1+i^{(p)}\right) \end{aligned}$$

"lleve hoy y comience a pagar recién en octubre"

Ejemplo: La señora Mariela compró hoy en su tienda habitual ropa por unos \$ 7.000, aprovechando la promoción "llevé hoy y comience a pagar en 3 meses". Si la operación fue pactada a 6 cuotas iguales, concecutivas y mensuales, a una tasa del 2% mensual, ¿Cuál es el monto de las cuotas? Graficar

Rentas diferidas

"lleve hoy y comience a pagar recién en octubre"

Ejemplo: La señora Mariela compró hoy en su tienda habitual ropa por unos \$ 7.000, aprovechando la promoción "llevé hoy y comience a pagar en 3 meses". Si la operación fue pactada a 6 cuotas iguales, concecutivas y mensuales, a una tasa del 2% mensual, ¿Cuál es el monto de las cuotas? Graficar

El problema puede ser resuelto de varias formas. Utilizando la teoría de rentas postpagables, tenemos que GRAFICAR

$$7.000\,(1+0,02)^2 = C_1 \frac{1-(1+0,02)^{-6}}{0,02}$$

donde C_1 es el valor de las cuotas.

También podemos resolverlo usando la noción de renta prepagable.