Sistemas de ecuaciones

Ejemplo: Se sabe que mi tío tiene 27 años más que su hijo y que de aquí a 12 años le doblará la edad. ¿Cuántos años tiene cada uno?

Ejemplo: Se sabe que mi tío tiene 27 años más que su hijo y que de aquí a 12 años le doblará la edad. ¿Cuántos años tiene cada uno?
Solución: Sean x_1, x_2 son las edades del tío y del hijo.

Ejemplo: Se sabe que mi tío tiene 27 años más que su hijo y que de aquí a 12 años le doblará la edad. ¿Cuántos años tiene cada uno?
Solución: Sean x_1, x_2 son las edades del tío y del hijo.
Tenemos que resolver

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 - x_2 = 27 \\ \\ \end{array} \right.$$

Ejemplo: Se sabe que mi tío tiene 27 años más que su hijo y que de aquí a 12 años le doblará la edad. ¿Cuántos años tiene cada uno?
Solución: Sean x_1, x_2 son las edades del tío y del hijo.
Tenemos que resolver

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 27 \\ x_1 + 12 = 2(x_2 + 12) \end{cases}$$

Ejemplo: Se sabe que mi tío tiene 27 años más que su hijo y que de aquí a 12 años le doblará la edad. ¿Cuántos años tiene cada uno?
Solución: Sean x_1, x_2 son las edades del tío y del hijo.
Tenemos que resolver

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 27 \\ x_1 + 12 = 2(x_2 + 12) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 27 \\ x_1 + 12 = 2x_2 + 24 \end{cases}$$

Ejemplo: Se sabe que mi tío tiene 27 años más que su hijo y que de aquí a 12 años le doblará la edad. ¿Cuántos años tiene cada uno?
Solución: Sean x_1, x_2 son las edades del tío y del hijo.
Tenemos que resolver

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 27 \\ x_1 + 12 = 2(x_2 + 12) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 27 \\ x_1 + 12 = 2x_2 + 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 27 \\ x_1 - 2x_2 = 12 \end{cases}$$

Sistemas de ecuaciones

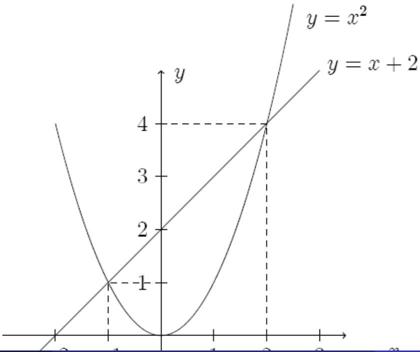
Ejemplo: Resuelva graficamente el sistema

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = x + 2 \end{cases}$$

Ejemplo: Resuelva graficamente el sistema

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = x + 2 \end{cases}$$

Las gráficas de las ecuaciones son la parábola y la recta de la figura 2. Las soluciones de este sistema son los puntos $(-1, 1)$ y $(2, 4)$.



Sistemas de ecuaciones lineales

Una **ecuación lineal** con n **incógnitas** tiene la forma

$$a_1x_1 + a_2x_2 + ... + a_nx_n = b$$

donde $a_1, a_2, ..., a_n$ y b son números reales y $x_1, x_2, ...x_n$ son variables.

Sistemas de ecuaciones lineales

Una **ecuación lineal** con n **incógnitas** tiene la forma

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + ... + a_n x_n = b$$

donde $a_1, a_2, ..., a_n$ y b son números reales y $x_1, x_2, ...x_n$ son variables.
Un **sistema** de m **ecuaciones lineales**, con n incógnitas tiene la forma:

$$\left\{ \begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = b_m \end{array} \right. \tag{1}$$

Donde los términos a_{ij} y b_i son números reales.

Sistemas de ecuaciones lineales

Una **ecuación lineal** con n **incógnitas** tiene la forma

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n = b$$

donde $a_1, a_2, \dots, a_n$ y b son números reales y $x_1, x_2, \dots x_n$ son variables.
Un **sistema** de m **ecuaciones lineales**, con n incógnitas tiene la forma:

$$\left\{ \begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{array} \right. \tag{1}$$

Donde los términos a_{ij} y b_i son números reales.
Nos referiremos a estos los sistemas como **sistemas lineales** mxn.

Sistemas de ecuaciones lineales

Una **ecuación lineal** con n **incógnitas** tiene la forma

$$a_1x_1 + a_2x_2 + ... + a_nx_n = b$$

donde $a_1, a_2, ..., a_n$ y b son números reales y $x_1, x_2, ...x_n$ son variables.
Un **sistema** de m **ecuaciones lineales**, con n incógnitas tiene la forma:

$$\left\{ \begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = b_m \end{array} \right. \tag{1}$$

Donde los términos a_{ij} y b_i son números reales.
Nos referiremos a estos los sistemas como **sistemas lineales** mxn.
Si todos los b_i son igual a 0, el sistema se llama **sistema homogéneo**.

Sistemas de ecuaciones lineales

Una **ecuación lineal** con n **incógnitas** tiene la forma

$$a_1x_1 + a_2x_2 + ... + a_nx_n = b$$

donde $a_1, a_2, ..., a_n$ y b son números reales y $x_1, x_2, ...x_n$ son variables.
Un **sistema** de m **ecuaciones lineales**, con n incógnitas tiene la forma:

$$\left\{ \begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = b_m \end{array} \right. \tag{1}$$

Donde los términos a_{ij} y b_i son números reales.
Nos referiremos a estos los sistemas como **sistemas lineales** mxn.
Si todos los b_i son igual a 0, el sistema se llama **sistema homogéneo**.
Resolver un sistema de ecuaciones, consiste en encontrar **todos los puntos** que son solución.

Sistemas de ecuaciones lineales

Ejemplo: Clasificar los sistemas siguientes

$$(a)\left\{\begin{array}{r} x_1 + 2x_2 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 = 8 \end{array}\right.$$

Ejemplo: Clasificar los sistemas siguientes

$$(a)\left\{\begin{array}{r} x_1 + 2x_2 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 = 8 \end{array}\right. \qquad 2 \times 2$$

Ejemplo: Clasificar los sistemas siguientes

$$(a)\left\{\begin{array}{r} x_1 + 2x_2 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 = 8 \end{array}\right. \qquad\qquad 2 \times 2$$

$$(c)\left\{\begin{array}{r} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - x_2 = 2 \\ -2x_2 = 3 \end{array}\right.$$

Sistemas de ecuaciones lineales

Ejemplo: Clasificar los sistemas siguientes

$$(a)\left\{\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 5 \\ 2x_1 + 3x_2 &= 8 \end{aligned}\right. \qquad 2 \times 2$$

$$(c)\left\{\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 1 \\ x_1 - x_2 &= 2 \\ -2x_2 &= 3 \end{aligned}\right. \qquad 3 \times 2$$

Sistemas de ecuaciones lineales

Ejemplo: Clasificar los sistemas siguientes

$$(a)\left\{\begin{array}{r} x_1 + 2x_2 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 = 8 \end{array}\right. \qquad 2\times 2$$

$$(c)\left\{\begin{array}{r} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - x_2 = 2 \\ -2x_2 = 3 \end{array}\right. \qquad 3\times 2$$

$$(d)\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & y & & & = & 0 \\ x & & & + & z & = & 0 \\ & & y & - & z & = & 0 \end{array}\right.$$

Ejemplo: Clasificar los sistemas siguientes

$$(a)\left\{\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 5 \\ 2x_1 + 3x_2 &= 8 \end{aligned}\right. \qquad 2 \times 2$$

$$(c)\left\{\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 1 \\ x_1 - x_2 &= 2 \\ -2x_2 &= 3 \end{aligned}\right. \qquad 3 \times 2$$

$$(d)\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & y & & & = & 0 \\ x & & & + & z & = & 0 \\ & & y & - & z & = & 0 \end{array}\right.$$

homegéneo

3×3

Dado un sistema de m x n

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \tag{2}$$

Sistemas de ecuaciones lineales

Dado un sistema de $m \ x \ n$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \tag{2}$$

Una **solución** de un sistema lineales mxn es un n-upla de números que satisface **todas** las ecuaciones.

Sistemas de ecuaciones lineales

Dado un sistema de $m \ x \ n$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \tag{2}$$

Una **solución** de un sistema lineales mxn es un n-upla de números que satisface **todas** las ecuaciones.

El **conjunto de todas las soluciones** del sistema recibe el nombre de **conjunto solución.**

Sistemas de ecuaciones lineales

Dado un sistema de $m \ x \ n$

$$\left\{ \begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = b_m \end{array} \right. \tag{2}$$

Una **solución** de un sistema lineales mxn es un n-upla de números que satisface **todas** las ecuaciones.

El **conjunto de todas las soluciones** del sistema recibe el nombre de **conjunto solución.**

Resolver un sistema es dar el conjunto solución.

Verificar que $(1,2)$ es una solución del sistema $\left\{ \begin{array}{r} x_1 + 2x_2 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 = 8 \end{array} \right.$

Sistemas de ecuaciones lineales

Verificar que $(1,2)$ es una solución del sistema $\left\{ \begin{array}{r} x_1 + 2x_2 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 = 8 \end{array} \right.$

$$\begin{aligned} 1.(1) + 2.(2) &= 5, \\ 2.(1) + 3.(2) &= 8. \end{aligned}$$

Sistemas de ecuaciones lineales

Si un sistema de ecuaciones tiene solución, es **compatible.**

Sistemas de ecuaciones lineales

Si un sistema de ecuaciones tiene solución, es **compatible.**

Es **compatible determinado** si la solución es única.

Sistemas de ecuaciones lineales

Si un sistema de ecuaciones tiene solución, es **compatible.**

Es **compatible determinado** si la solución es única.

Es **compatible indeterminado** si tiene más de una solución.

Sistemas de ecuaciones lineales

Si un sistema de ecuaciones tiene solución, es **compatible.**

Es **compatible determinado** si la solución es única.

Es **compatible indeterminado** si tiene más de una solución.

Si el sistema no tiene solución, es decir el conjunto solución es vacío, diremos que es **incompatible** o **inconsistente**.

Sistemas de ecuaciones lineales

Si un sistema de ecuaciones tiene solución, es **compatible.**

Es **compatible determinado** si la solución es única.

Es **compatible indeterminado** si tiene más de una solución.

Si el sistema no tiene solución, es decir el conjunto solución es vacío, diremos que es **incompatible** o **inconsistente**.

Sistemas homogéneos

Teorema: Todo sistema homogéneo es compatible.

Sistemas homogéneos

Teorema: Todo sistema homogéneo es compatible.

Demostración. Dado el sistema

$$\left\{ \begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = 0 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{array} \right. \tag{3}$$

Sistemas homogéneos

Teorema: Todo sistema homogéneo es compatible.

Demostración. Dado el sistema

$$\left\{\begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = 0 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{array}\right. \tag{3}$$

Notemos que independiente del valor de los coeficientes a_{ij}, $(0, \ldots, 0)$ es una solución del sistema homogéneo (3) porque verifica todas las ecuaciones. ∎

Sistemas homogéneos

Teorema: Todo sistema homogéneo es compatible.

Demostración. Dado el sistema

$$\left\{\begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = 0 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{array}\right. \tag{3}$$

Notemos que independiente del valor de los coeficientes a_{ij}, $(0, \ldots, 0)$ es una solución del sistema homogéneo (3) porque verifica todas las ecuaciones. ■

Dado el sistema homogéneo (3), a $(0, \ldots, 0)$ se la denomina **solución trivial.**

Sistemas en forma escalonada

Un sistema de ecuaciones es de **forma escalonada** si en la $k-$ésima ecuación los coeficientes de las primeras $k-1$ variables son cero y el de la $k-$ésima es distinto de cero.

Sistemas en forma escalonada

Un sistema de ecuaciones es de **forma escalonada** si en la $k-$ésima ecuación los coeficientes de las primeras $k-1$ variables son cero y el de la $k-$ésima es distinto de cero.

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema dado en forma escalonada

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & x_2 & - & 2x_3 & = & -1 \\ & & & & x_3 & = & 2 \end{array}\right.$$

Sistemas en forma escalonada

Un sistema de ecuaciones es de **forma escalonada** si en la $k-$ésima ecuación los coeficientes de las primeras $k-1$ variables son cero y el de la $k-$ésima es distinto de cero.

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema dado en forma escalonada

Usamos **sustitución hacia atrás:**

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ \qquad\;\; x_2 - 2x_3 = -1 \\ \qquad\qquad\quad\; x_3 = 2 \end{cases}$$

Sistemas en forma escalonada

Un sistema de ecuaciones es de **forma escalonada** si en la $k-$ésima ecuación los coeficientes de las primeras $k-1$ variables son cero y el de la $k-$ésima es distinto de cero.

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema dado en forma escalonada

Usamos **sustitución hacia atrás:**

De la tercera ecuación, $x_3 = 2$

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & x_2 & - & 2x_3 & = & -1 \\ & & & & x_3 & = & 2 \end{array}\right.$$

Sistemas en forma escalonada

Un sistema de ecuaciones es de **forma escalonada** si en la $k-$ésima ecuación los coeficientes de las primeras $k-1$ variables son cero y el de la $k-$ésima es distinto de cero.

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema dado en forma escalonada

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ \qquad x_2 - 2x_3 = -1 \\ \qquad\qquad x_3 = 2 \end{cases}$$

Usamos **sustitución hacia atrás:**

De la tercera ecuación, $x_3 = 2$

Sustituyendo x_3 en la segunda ecuación,

$x_2 - 2.(2) = -1 \;\Rightarrow\; x_2 = 3,$

Sistemas en forma escalonada

Un sistema de ecuaciones es de **forma escalonada** si en la $k-$ésima ecuación los coeficientes de las primeras $k-1$ variables son cero y el de la $k-$ésima es distinto de cero.

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema dado en forma escalonada

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & x_2 & - & 2x_3 & = & -1 \\ & & & & x_3 & = & 2 \end{array}\right.$$

Usamos **sustitución hacia atrás:**
De la tercera ecuación, $x_3 = 2$

Sustituyendo x_3 en la segunda ecuación,
$x_2 - 2.(2) = -1 \;\Rightarrow\; x_2 = 3,$

Reemplazando x_2 y x_3 en la primer ecuac
$x_1 - 2.(3) + 3.(2) = 4 \;\Rightarrow\; x_1 = 4.$

Sistemas en forma escalonada

Un sistema de ecuaciones es de **forma escalonada** si en la $k-$ésima ecuación los coeficientes de las primeras $k-1$ variables son cero y el de la $k-$ésima es distinto de cero.

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema dado en forma escalonada

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & x_2 & - & 2x_3 & = & -1 \\ & & & & x_3 & = & 2 \end{array}\right.$$

Usamos **sustitución hacia atrás:**
De la tercera ecuación, $x_3 = 2$

Sustituyendo x_3 en la segunda ecuación,
$x_2 - 2.(2) = -1 \ \Rightarrow \ x_2 = 3,$

Reemplazando x_2 y x_3 en la primer ecuac
$x_1 - 2.(3) + 3.(2) = 4 \ \Rightarrow \ x_1 = 4.$

El sistema es compatible determinado
y la solución es $\{(4,3,2)\}$.

Sistemas Equivalentes y Método de Gauss

Dos sistemas de ecuaciones con las mismas variables, son **equivalentes** cuando tienen **igual conjunto solución**.

Sistemas Equivalentes y Método de Gauss

Dos sistemas de ecuaciones con las mismas variables, son **equivalentes** cuando tienen **igual conjunto solución**.

El **método de Gauss** nos permite pasar de un sistema dado a un sistema equivalente que sea escalonado. Para luego aplicando sustitución hacia atrás encontrar las soluciones al sistema.

Sistemas Equivalentes y Método de Gauss

Dos sistemas de ecuaciones con las mismas variables, son **equivalentes** cuando tienen **igual conjunto solución**.

El **método de Gauss** nos permite pasar de un sistema dado a un sistema equivalente que sea escalonado. Para luego aplicando sustitución hacia atrás encontrar las soluciones al sistema.

Algunas de las operaciones que podemos realizar para obtener sistemas equivalentes son:

Sistemas Equivalentes y Método de Gauss

Dos sistemas de ecuaciones con las mismas variables, son **equivalentes** cuando tienen **igual conjunto solución**.

El **método de Gauss** nos permite pasar de un sistema dado a un sistema equivalente que sea escalonado. Para luego aplicando sustitución hacia atrás encontrar las soluciones al sistema.

Algunas de las operaciones que podemos realizar para obtener sistemas equivalentes son:

1. Se pueden intercambiar el orden en el cual se escriben dos ecuaciones.

Sistemas Equivalentes y Método de Gauss

Dos sistemas de ecuaciones con las mismas variables, son **equivalentes** cuando tienen **igual conjunto solución**.

El **método de Gauss** nos permite pasar de un sistema dado a un sistema equivalente que sea escalonado. Para luego aplicando sustitución hacia atrás encontrar las soluciones al sistema.

Algunas de las operaciones que podemos realizar para obtener sistemas equivalentes son:

1. Se pueden intercambiar el orden en el cual se escriben dos ecuaciones.
2. Una ecuación se puede multiplicar o dividir por una constante distinta de cero.

Sistemas Equivalentes y Método de Gauss

Dos sistemas de ecuaciones con las mismas variables, son **equivalentes** cuando tienen **igual conjunto solución**.

El **método de Gauss** nos permite pasar de un sistema dado a un sistema equivalente que sea escalonado. Para luego aplicando sustitución hacia atrás encontrar las soluciones al sistema.

Algunas de las operaciones que podemos realizar para obtener sistemas equivalentes son:

1. Se pueden intercambiar el orden en el cual se escriben dos ecuaciones.
2. Una ecuación se puede multiplicar o dividir por una constante distinta de cero.
3. Un múltiplo de una ecuación se pude sumar a otra.

Ejemplo: Resolver el sistema

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrr} & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

Método de Gauss

Ejemplo: Resolver el sistema

$$\left\{ \begin{array}{rrrrrrrr} & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array} \right.$$

Solución: Primero intercambiamos las dos primeras ecuaciones,

$$\left\{ \begin{array}{rrrrrrrr} & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array} \right.$$

Ejemplo: Resolver el sistema

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ -\ 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

Solución: Primero intercambiamos las dos primeras ecuaciones,

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ -\ 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

1° paso: Eliminamos x_1 de la segunda ecuación. Para ello sumamos -2 veces la primera ecuación a la segunda y el resultado lo sustituimos en la segunda ecuación obteniendo el sistema equivalente:

Método de Gauss

Ejemplo: Resolver el sistema

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrrr} & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

Solución: Primero intercambiamos las dos primeras ecuaciones,

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrrr} & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

1° paso: Eliminamos x_1 de la segunda ecuación. Para ello sumamos -2 veces la primera ecuación a la segunda y el resultado lo sustituimos en la segunda ecuación obteniendo el sistema equivalente:

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{array}\right.$$

Método de Gauss

Ejemplo: Resolver el sistema

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrr} & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

Solución: Primero intercambiamos las dos primeras ecuaciones,

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrr} & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

1° paso: Eliminamos x_1 de la segunda ecuación. Para ello sumamos -2 veces la primera ecuación a la segunda y el resultado lo sustituimos en la segunda ecuación obteniendo el sistema equivalente:

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & & & & \\ & & & & & & \end{array}\right.$$

Método de Gauss

Ejemplo: Resolver el sistema

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrr} & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

Solución: Primero intercambiamos las dos primeras ecuaciones,

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrr} & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

1° paso: Eliminamos x_1 de la segunda ecuación. Para ello sumamos -2 veces la primera ecuación a la segunda y el resultado lo sustituimos en la segunda ecuación obteniendo el sistema equivalente:

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & - & 10x_3 & & \\ & & & & & & \end{array}\right.$$

Método de Gauss

Ejemplo: Resolver el sistema

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrr} & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

Solución: Primero intercambiamos las dos primeras ecuaciones,

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrr} & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

1° paso: Eliminamos x_1 de la segunda ecuación. Para ello sumamos -2 veces la primera ecuación a la segunda y el resultado lo sustituimos en la segunda ecuación obteniendo el sistema equivalente:

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ & & & & & & \end{array}\right.$$

Método de Gauss

Ejemplo: Resolver el sistema

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrr} & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

Solución: Primero intercambiamos las dos primeras ecuaciones,

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrr} & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

1° paso: Eliminamos x_1 de la segunda ecuación. Para ello sumamos -2 veces la primera ecuación a la segunda y el resultado lo sustituimos en la segunda ecuación obteniendo el sistema equivalente:

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrr} & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrrr} & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrrr} & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

2° paso: Eliminamos x_1 de la tercera ecuación. Sumamos 3 veces la primera ecuación a la tercera y el resultado lo sustituimos en la tercera ecuación obteniendo el sistema equivalente:

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrr} & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

2° paso: Eliminamos x_1 de la tercera ecuación. Sumamos 3 veces la primera ecuación a la tercera y el resultado lo sustituimos en la tercera ecuación obteniendo el sistema equivalente:

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrr} & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

2° paso: Eliminamos x_1 de la tercera ecuación. Sumamos 3 veces la primera ecuación a la tercera y el resultado lo sustituimos en la tercera ecuación obteniendo el sistema equivalente:

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ & & & & & & \end{array}\right.$$

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrrr} & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

2° paso: Eliminamos x_1 de la tercera ecuación. Sumamos 3 veces la primera ecuación a la tercera y el resultado lo sustituimos en la tercera ecuación obteniendo el sistema equivalente:

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ & - & 2x_2 & & & & \end{array}\right.$$

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrr} & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

2° paso: Eliminamos x_1 de la tercera ecuación. Sumamos 3 veces la primera ecuación a la tercera y el resultado lo sustituimos en la tercera ecuación obteniendo el sistema equivalente:

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ & - & 2x_2 & + & 8x_3 & & \end{array}\right.$$

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} & & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ - & & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

2° paso: Eliminamos x_1 de la tercera ecuación. Sumamos 3 veces la primera ecuación a la tercera y el resultado lo sustituimos en la tercera ecuación obteniendo el sistema equivalente:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ & - & 2x_2 & + & 8x_3 & = & 10 \end{array}\right.$$

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ & - & 2x_2 & + & 8x_3 & = & 10 \end{array}\right.$$

Ejemplo...

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ & - & 2x_2 & + & 8x_3 & = & 10 \end{array} \right.$$

3° paso: Eliminamos x_2 de la tercera ecuación. Sumamos $\frac{2}{5}$ veces la segunda ecuación a la tercera y el resultado lo sustituimos en la tercera ecuación obteniendo el sistema equivalente:

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ & - & 2x_2 & + & 8x_3 & = & 10 \end{array}\right.$$

3° paso: Eliminamos x_2 de la tercera ecuación. Sumamos $\frac{2}{5}$ veces la segunda ecuación a la tercera y el resultado lo sustituimos en la tercera ecuación obteniendo el sistema equivalente:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{array}\right.$$

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ & - & 2x_2 & + & 8x_3 & = & 10 \end{array}\right.$$

3° paso: Eliminamos x_2 de la tercera ecuación. Sumamos $\frac{2}{5}$ veces la segunda ecuación a la tercera y el resultado lo sustituimos en la tercera ecuación obteniendo el sistema equivalente:

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ & & & & & & \end{array}\right.$$

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ & - & 2x_2 & + & 8x_3 & = & 10 \end{array}\right.$$

3° paso: Eliminamos x_2 de la tercera ecuación. Sumamos $\frac{2}{5}$ veces la segunda ecuación a la tercera y el resultado lo sustituimos en la tercera ecuación obteniendo el sistema equivalente:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ & & & & 4x_3 & & \end{array}\right.$$

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ & - & 2x_2 & + & 8x_3 & = & 10 \end{array}\right.$$

3° paso: Eliminamos x_2 de la tercera ecuación. Sumamos $\frac{2}{5}$ veces la segunda ecuación a la tercera y el resultado lo sustituimos en la tercera ecuación obteniendo el sistema equivalente:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ & & & & 4x_3 & = & 8 \end{array}\right. \tag{4}$$

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ & - & 2x_2 & + & 8x_3 & = & 10 \end{array}\right.$$

3° paso: Eliminamos x_2 de la tercera ecuación. Sumamos $\frac{2}{5}$ veces la segunda ecuación a la tercera y el resultado lo sustituimos en la tercera ecuación obteniendo el sistema equivalente:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ & & & & 4x_3 & = & 8 \end{array}\right. \tag{4}$$

Finalmente resolvemos este sistema escalonado por sustitución hacia atrás obteniendo la solución $(4, 3, 2)$.

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ & & & & 4x_3 & = & 8 \end{array}\right. \tag{5}$$

Podríamos resolver un sistema escalonada aun más sencillo transformando en 1 los coeficientes de la diagonal.

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & 5x_2 & - & 10x_3 & = & -5 \\ & & & & 4x_3 & = & 8 \end{array}\right. \tag{5}$$

Podríamos resolver un sistema escalonada aun más sencillo transformando en 1 los coeficientes de la diagonal.

Multiplicando por $\frac{1}{5}$ y por $\frac{1}{4}$ la segunda y tercera ecuación respectivamente del sistema (4)

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & x_2 & - & 2x_3 & = & -1 \\ & & & & x_3 & = & 2. \end{array}\right. \tag{6}$$

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrr} & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

En todo el proceso, las ecuaciones y las incógnitas sean mantenido sólo hemos modificado los coeficientes de las incógnitas y los términos independientes. Por lo tanto las modificaciones podrían hacerse usando exclusivamente los números, es decir,

Ejemplo...

$$\left\{ \begin{array}{rrrrrrrr} & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array} \right.$$

En todo el proceso, las ecuaciones y las incógnitas sean mantenido sólo hemos modificado los coeficientes de las incógnitas y los términos independientes. Por lo tanto las modificaciones podrían hacerse usando exclusivamente los números, es decir,

$$\left(\begin{array}{rrrr} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \end{array} \right)$$

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrr} & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

En todo el proceso, las ecuaciones y las incógnitas sean mantenido sólo hemos modificado los coeficientes de las incógnitas y los términos independientes. Por lo tanto las modificaciones podrían hacerse usando exclusivamente los números, es decir,

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

A este arreglo lo llamaremos **matriz asociada** al sistema.

Ejemplo...

$$\left\{ \begin{array}{rrrrrrrrr} & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array} \right.$$

En todo el proceso, las ecuaciones y las incógnitas sean mantenido sólo hemos modificado los coeficientes de las incógnitas y los términos independientes. Por lo tanto las modificaciones podrían hacerse usando exclusivamente los números, es decir,

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

A este arreglo lo llamaremos **matriz asociada** al sistema.
Las tres primeras columnas representan los coeficientes asociados a las incógnitas y la última los términos independientes.

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrr} & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

Matrices y Método de Gauss

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -4 \\ -3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

(**Matriz de coeficientes**)

Matrices y Método de Gauss

Ejemplo...

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrrr} & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -4 \\ -3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

(**Matriz de coeficientes**)

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \end{array}\right)$$

(**Matriz aumentada**)

Dados m y n enteros positivos. Llamamos **matriz** de dimensión mxn a una tabla de números reales a_{ij} con m filas (o renglones) y n columnas de la siguiente forma:

$$A_{mxn} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Dados m y n enteros positivos. Llamamos **matriz** de dimensión mxn a una tabla de números reales a_{ij} con m filas (o renglones) y n columnas de la siguiente forma:

$$A_{mxn} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Los números a_{ij} es el elementos de la matriz A_{mxn} correspondiente a la fila i y a la columna j.

Dados m y n enteros positivos. Llamamos **matriz** de dimensión mxn a una tabla de números reales a_{ij} con m filas (o renglones) y n columnas de la siguiente forma:

$$A_{mxn} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Los números a_{ij} es el elementos de la matriz A_{mxn} correspondiente a la fila i y a la columna j.
Si $m = n$ decimos que la matriz es **cuadrada** de dimensión n.

Dados m y n enteros positivos. Llamamos **matriz** de dimensión mxn a una tabla de números reales a_{ij} con m filas (o renglones) y n columnas de la siguiente forma:

$$A_{mxn} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Los números a_{ij} es el elementos de la matriz A_{mxn} correspondiente a la fila i y a la columna j.
Si $m = n$ decimos que la matriz es **cuadrada** de dimensión n.
Si los elementos a_{ij} son 0 para $i < j$, entonces decimos que la matriz es **escalonada**.

Ahora aplicamos un proceso similar al de Gauss pero trabajando con las matrices.

Matrices y Método de Gauss

Ahora aplicamos un proceso similar al de Gauss pero trabajando con las matrices.

Las operaciones que podemos realizar sobre las filas de una matriz asociada a un sistema de ecuaciones lineales para obtener otra matriz asociada a un sistema equivalente al dado son:

Matrices y Método de Gauss

Ahora aplicamos un proceso similar al de Gauss pero trabajando con las matrices.

Las operaciones que podemos realizar sobre las filas de una matriz asociada a un sistema de ecuaciones lineales para obtener otra matriz asociada a un sistema equivalente al dado son:

1. Se pueden intercambiar el orden en el cual están escritas dos filas.

Ahora aplicamos un proceso similar al de Gauss pero trabajando con las matrices.

Las operaciones que podemos realizar sobre las filas de una matriz asociada a un sistema de ecuaciones lineales para obtener otra matriz asociada a un sistema equivalente al dado son:

1. Se pueden intercambiar el orden en el cual están escritas dos filas.
2. Una filas se puede multiplicar o dividir por una constante distinta de cero.

Matrices y Método de Gauss

Ahora aplicamos un proceso similar al de Gauss pero trabajando con las matrices.

Las operaciones que podemos realizar sobre las filas de una matriz asociada a un sistema de ecuaciones lineales para obtener otra matriz asociada a un sistema equivalente al dado son:

1. Se pueden intercambiar el orden en el cual están escritas dos filas.
2. Una filas se puede multiplicar o dividir por una constante distinta de cero.
3. Un múltiplo de una filas se pude sumar a otra.

Ahora aplicamos un proceso similar al de Gauss pero trabajando con las matrices.

Las operaciones que podemos realizar sobre las filas de una matriz asociada a un sistema de ecuaciones lineales para obtener otra matriz asociada a un sistema equivalente al dado son:

1. Se pueden intercambiar el orden en el cual están escritas dos filas.
2. Una filas se puede multiplicar o dividir por una constante distinta de cero.
3. Un múltiplo de una filas se pude sumar a otra.

Las operaciones indicadas en 1), 2) y 3) son **transformaciones elementales** de las filas de un matriz.

Para indicar estas transformaciones usaremos los siguientes símbolos:

Símbolo	significado
$F_i \leftrightarrow F_j$	*Intercambiar* fila i por j

Para indicar estas transformaciones usaremos los siguientes símbolos:

Símbolo	significado
$F_i \leftrightarrow F_j$	*Intercambiar* fila i por j
$kF_i \longrightarrow F_i$	*Multiplicar* la fila i por k

Para indicar estas transformaciones usaremos los siguientes símbolos:

Símbolo	significado
$F_i \leftrightarrow F_j$	*Intercambiar* fila i por j
$kF_i \longrightarrow F_i$	*Multiplicar* la fila i por k
$kF_i + F_j \longrightarrow F_j$	*Multiplicar* la fila i por k y sumarla a la j

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrr} & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ -\ 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\begin{array}{rrr|r} 2 & 1 & -4 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 4 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \end{array}\right)$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ -\ 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\begin{array}{rrr|r} 2 & 1 & -4 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 4 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{F1 \longleftrightarrow F2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \end{array}\right)$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ -3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\begin{array}{rrr|r} 2 & 1 & -4 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 4 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{F1 \longleftrightarrow F2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \end{array}\right) \xrightarrow{-2F1+F2 \longrightarrow F2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & -10 & -5 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \end{array}\right)$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrr} & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\begin{array}{rrr|r} 2 & 1 & -4 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 4 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{\text{F1}\longleftrightarrow\text{F2}} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \end{array}\right) \xrightarrow{\text{-2F1+F2}\longrightarrow\text{F2}} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & -10 & -5 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{\text{3F1+F3}\longrightarrow\text{F3}} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & -10 & -5 \\ 0 & -2 & 8 & 10 \end{array}\right)$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrr} & 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ & x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\begin{array}{rrr|r} 2 & 1 & -4 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 4 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{F1 \longleftrightarrow F2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \end{array}\right) \xrightarrow{-2F1+F2 \longrightarrow F2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & -10 & -5 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{3F1+F3 \longrightarrow F3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & -10 & -5 \\ 0 & -2 & 8 & 10 \end{array}\right) \xrightarrow{\frac{2}{5}F2+F3 \longrightarrow F3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & -10 & -5 \\ 0 & 0 & 4 & 8 \end{array}\right)$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 3 \\ x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ -3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\begin{array}{rrr|r} 2 & 1 & -4 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 4 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \end{array}\right)$$

$$\text{F1}\longleftrightarrow\text{F2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \end{array}\right) \xrightarrow{\text{-2F1+F2}\longrightarrow\text{F2}} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & -10 & -5 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{\text{3F1+F3}\longrightarrow\text{F3}} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & -10 & -5 \\ 0 & -2 & 8 & 10 \end{array}\right) \xrightarrow{\frac{2}{5}\text{F2+F3}\longrightarrow\text{F3}} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & -10 & -5 \\ 0 & 0 & 4 & 8 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[\frac{1}{4}\text{F3}\longleftrightarrow\text{F3}]{\frac{1}{5}\text{F2}\longleftrightarrow\text{F2}} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -5 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$$

Ejemplo...

Con la matriz final regresamos al sistema de ecuaciones

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -5 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & x_2 & - & 2x_3 & = & -1 \\ & & & & x_3 & = & 2 \end{array}\right.$$

que es equivalente al sistema original.

Ejemplo...

Con la matriz final regresamos al sistema de ecuaciones

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -5 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ & & x_2 & - & 2x_3 & = & -1 \\ & & & & x_3 & = & 2 \end{array}\right.$$

que es equivalente al sistema original.

La solución $(4,3,2)$ se puede encontrar ahora por sustitución hacia atrás.

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y + 4z = 1 \\ 3x + 4y + 5z = 3 \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y + 4z = 1 \\ 3x + 4y + 5z = 3 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array} \right)$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y + 4z = 1 \\ 3x + 4y + 5z = 3 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array} \right)$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y + 4z = 1 \\ 3x + 4y + 5z = 3 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array} \right) \xrightarrow{\frac{-3}{2} F_1 + F_2 \to F_2}$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y + 4z = 1 \\ 3x + 4y + 5z = 3 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array} \right) \xrightarrow{\frac{-3}{2} F_1 + F_2 \rightarrow F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & \frac{-1}{2} & -1 & \frac{3}{2} \end{array} \right)$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y + 4z = 1 \\ 3x + 4y + 5z = 3 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array} \right) \xrightarrow{\frac{-3}{2}F_1 + F_2 \to F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & \frac{-1}{2} & -1 & \frac{3}{2} \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{-2F_2 \to F_2}$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y + 4z = 1 \\ 3x + 4y + 5z = 3 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array} \right) \xrightarrow{\frac{-3}{2} F_1 + F_2 \rightarrow F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & \frac{-1}{2} & -1 & \frac{3}{2} \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{-2F_2 \rightarrow F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \end{array} \right)$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{l} 2x+3y+4z=1 \\ 3x+4y+5z=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow{\frac{-3}{2}F_1 + F_2 \to F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & \frac{-1}{2} & -1 & \frac{3}{2} \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{-2F_2 \to F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \end{array}\right) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{llll} 2x & +3y & +4z & =1 \\ & +y & +2z & =-3 \end{array}\right.$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{l} 2x+3y+4z=1 \\ 3x+4y+5z=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow{\frac{-3}{2}F_1+F_2 \to F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & \frac{-1}{2} & -1 & \frac{3}{2} \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{-2F_2 \to F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \end{array}\right) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rrrl} 2x & +3y & +4z & =1 \\ & +y & +2z & =-3 \end{array}\right.$$

El $\left\{\begin{array}{r} 2x+3y+4z=1 \\ y+2z=-3 \end{array}\right.$ sistema es equivalente a $\left\{\begin{array}{r} x=z+5 \\ y=-2z-3 \end{array}\right.$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{l} 2x+3y+4z=1 \\ 3x+4y+5z=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow{\frac{-3}{2}F_1+F_2 \rightarrow F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & \frac{-1}{2} & -1 & \frac{3}{2} \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{-2F_2 \rightarrow F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \end{array}\right) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{cccc} 2x & +3y & +4z & =1 \\ & +y & +2z & =-3 \end{array}\right.$$

El $\left\{\begin{array}{r} 2x+3y+4z=1 \\ y+2z=-3 \end{array}\right.$ sistema es equivalente a $\left\{\begin{array}{l} x=z+5 \\ y=-2z-3 \end{array}\right.$

Este sistema es compatible indeterminado, tiene un número infinito de soluciones.

Considerando z como **variable libre** $(z=\lambda\in\mathbb{R})$ el conjunto solución es:

$$\{(x,y,z)\,/\,x=$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{l} 2x+3y+4z=1 \\ 3x+4y+5z=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow{\frac{-3}{2}F_1+F_2\rightarrow F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & \frac{-1}{2} & -1 & \frac{3}{2} \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{-2F_2\rightarrow F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \end{array}\right) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{cccc} 2x & +3y & +4z & =1 \\ & +y & +2z & =-3 \end{array}\right.$$

El $\left\{\begin{array}{r} 2x+3y+4z=1 \\ y+2z=-3 \end{array}\right.$ sistema es equivalente a $\left\{\begin{array}{r} x=z+5 \\ y=-2z-3 \end{array}\right.$

Este sistema es compatible indeterminado, tiene un número infinito de soluciones. Considerando z como **variable libre** $(z=\lambda\in\mathbb{R})$ el conjunto solución es:

$$\{(x,y,z)\,/x=\quad \lambda+5\ \wedge\ y=$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y + 4z = 1 \\ 3x + 4y + 5z = 3 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array} \right) \xrightarrow{\frac{-3}{2}F_1 + F_2 \rightarrow F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & \frac{-1}{2} & -1 & \frac{3}{2} \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{-2F_2 \rightarrow F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \end{array} \right) \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{cccc} 2x & +3y & +4z & = 1 \\ & +y & +2z & = -3 \end{array} \right.$$

El $\left\{ \begin{array}{r} 2x + 3y + 4z = 1 \\ y + 2z = -3 \end{array} \right.$ sistema es equivalente a $\left\{ \begin{array}{r} x = z + 5 \\ y = -2z - 3 \end{array} \right.$

Este sistema es compatible indeterminado, tiene un número infinito de soluciones.
Considerando z como **variable libre** ($z = \lambda \in \mathbb{R}$) el conjunto solución es:

$$\{(x, y, z) \, / x = \quad \lambda + 5 \ \wedge \ y = \quad -2\lambda - 3 \ \wedge \ z =$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x+3y+4z=1 \\ 3x+4y+5z=3 \end{cases} \Leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow{\frac{-3}{2}F_1+F_2 \to F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & \frac{-1}{2} & -1 & \frac{3}{2} \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{-2F_2 \to F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \end{array}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x & +3y & +4z & =1 \\ & +y & +2z & =-3 \end{cases}$$

El $\begin{cases} 2x+3y+4z=1 \\ y+2z=-3 \end{cases}$ sistema es equivalente a $\begin{cases} x=z+5 \\ y=-2z-3 \end{cases}$

Este sistema es compatible indeterminado, tiene un número infinito de soluciones. Considerando z como **variable libre** $(z=\lambda \in \mathbb{R})$ el conjunto solución es:

$$\{(x,y,z)\,/\,x = \lambda+5 \ \wedge \ y = -2\lambda-3 \ \wedge \ z=\lambda \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}\}.$$

Ejemplo...

$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 1 \\ 3x + 4y + 5z = 3 \end{cases}$$

Observación: Cada ecuación del sistema es la ecuación de un plano, cuyos vectores normales son $\overrightarrow{n} = (2, 3, 4)$ y $\overrightarrow{n'} = (0, 1, 2)$, respectivamente, que podemos observar que no son paralelos

Ejemplo...

$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 1 \\ 3x + 4y + 5z = 3 \end{cases}$$

Observación: Cada ecuación del sistema es la ecuación de un plano, cuyos vectores normales son $\overrightarrow{n} = (2, 3, 4)$ y $\overrightarrow{n'} = (0, 1, 2)$, respectivamente, que podemos observar que no son paralelos

Por lo tanto los planos se cortan en una recta, cuya ecuación es

$$\begin{cases} x = \lambda + 5 \\ y = -2\lambda - 3 \text{ con } \lambda \in \mathbb{R} \\ z = \lambda \end{cases}$$

la cual es obtenida como solución del sistema.

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - x_2 = 2 \\ \quad -2x_2 = 3 \end{cases}$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{ \begin{array}{r} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - x_2 = 2 \\ -2x_2 = 3 \end{array} \right. \quad \Leftrightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 3 \end{array} \right)$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{r} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - x_2 = 2 \\ -2x_2 = 3 \end{array}\right. \quad \Leftrightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 3 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{F_2 - F_1 \to F_2} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \end{array}\right)$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{r} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - x_2 = 2 \\ -2x_2 = 3 \end{array}\right. \quad \Leftrightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 3 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{F_2 - F_1 \to F_2} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \end{array}\right) \quad \xrightarrow{F_3 - F_2 \to F_3} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{array}\right)$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{r} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - x_2 = 2 \\ -2x_2 = 3 \end{array}\right. \quad \Leftrightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 3 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{F_2 - F_1 \to F_2} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \end{array}\right) \quad \xrightarrow{F_3 - F_2 \to F_3} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{array}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{r} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 - x_2 = 1 \\ 0 = 2 \end{array}\right.$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 1 \\ x_1 - x_2 &= 2 \\ -2x_2 &= 3 \end{aligned}\right. \quad \Leftrightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 3 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{F_2 - F_1 \to F_2} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \end{array}\right) \quad \xrightarrow{F_3 - F_2 \to F_3} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{array}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 2 \\ x_1 - x_2 &= 1 \\ 0 &= 2 \end{aligned}\right.$$

Este sistema es **incompatible** por que se llega a la ecuación $0x_1 + 0x_2 = 2$ la cual es imposible y el conjunto solución es el conjunto vacio.

Ejemplo...

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - x_2 = 2 \\ \quad -2x_2 = 3 \end{cases}$$

Observación: En este caso cada ecuación del sistema representa un recta del plano, y podemos observar que no se cortan en un punto las tres simultáneamente.

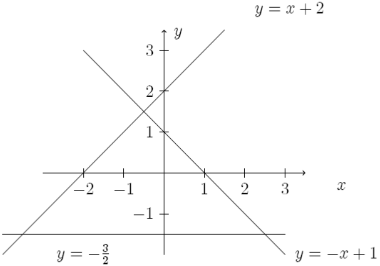
$y = -x + 1, y = x + 2, y = -3/2$

Ejemplo...

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - x_2 = 2 \\ \quad -2x_2 = 3 \end{cases}$$

Observación: En este caso cada ecuación del sistema representa un recta del plano, y podemos observar que no se cortan en un punto las tres simultáneamente.

$y = -x + 1, y = x + 2, y = -3/2$



Ejemplo: Resolver el siguiente sistema homogéneo:

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrrrr} - & 2x & & & + & 3z & - & 2w & = & 0 \\ & x & & & - & 2z & + & 2w & = & 0 \\ & & & y & + & z & - & w & = & 0 \\ & 3x & + & y & - & 2z & - & w & = & 0 \end{array}\right.$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema homogéneo:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcrcr} -2x & & & + & 3z & - & 2w & = & 0 \\ x & & & - & 2z & + & 2w & = & 0 \\ & & y & + & z & - & w & = & 0 \\ 3x & + & y & - & 2z & - & w & = & 0 \end{array}\right.$$

Por el Teorema 1 sabemos que estos sistemas siempre son *compatibles* a continuación vamos a analizar si es *determinados* o *indeterminados*.

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema homogéneo:

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrrr} -&2x&&&+&3z&-&2w&=&0\\ &x&&&-&2z&+&2w&=&0\\ &&&y&+&z&-&w&=&0\\ &3x&+&y&-&2z&-&w&=&0 \end{array}\right.$$

Por el Teorema 1 sabemos que estos sistemas siempre son *compatibles* a continuación vamos a analizar si es *determinados* o *indeterminados*.
En los sistemas homogéneos solo trabajamos con la matriz de los coeficientes.

Ejemplo... Aplicando operaciones elementales a las filas de las matrices obtenemos

Ejemplo... Aplicando operaciones elementales a las filas de las matrices obtenemos

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrrrrr} - & 2x & & & + & 3z & - & 2w & = & 0 \\ & x & & & - & 2z & + & 2w & = & 0 \\ & & & y & + & z & - & w & = & 0 \\ & 3x & + & y & - & 2z & - & w & = & 0 \end{array}\right.$$ es equivalente a

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrrr} x & & & + & 3z & - & 2w & = & 0 \\ & & y & + & z & - & w & = & 0 \\ & & & & z & - & \frac{7}{3}w & = & 0 \\ & & & & & & w & = & 0. \end{array}\right.$$

Ejemplo... Aplicando operaciones elementales a las filas de las matrices obtenemos

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrrrr} - & 2x & & & + & 3z & - & 2w & = & 0 \\ & x & & & - & 2z & + & 2w & = & 0 \\ & & & y & + & z & - & w & = & 0 \\ & 3x & + & y & - & 2z & - & w & = & 0 \end{array}\right.$$

es equivalente a

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrr} x & & + & 3z & - & 2w & = & 0 \\ & y & + & z & - & w & = & 0 \\ & & & z & - & \frac{7}{3}w & = & 0 \\ & & & & & w & = & 0. \end{array}\right.$$

Usando sustitución hacia atrás obtenemos la única solución es $(0,0,0,0)$. Por lo tanto el sistema es *compatible determinado* y el conjunto solución es: $\{(0,0,0,0)\}$.

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema homogéneo:

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & y & & & = & 0 \\ x & & & + & z & = & 0 \\ & & y & - & z & = & 0 \end{array}\right.$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema homogéneo:

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & y & & & = & 0 \\ x & & & + & z & = & 0 \\ & & y & - & z & = & 0 \end{array}\right. \qquad \text{es equivalente a}$$

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & y & & & = & 0 \\ & & y & + & z & = & 0 \\ & & & & 0 & = & 0. \end{array}\right.$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema homogéneo:

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & y & & & = & 0 \\ x & & & + & z & = & 0 \\ & & y & - & z & = & 0 \end{array}\right. \qquad \text{es equivalente a}$$

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & y & & & = & 0 \\ & & y & + & z & = & 0 \\ & & & & 0 & = & 0. \end{array}\right.$$

Este sistema es *compatible indeterminado*, tiene un número infinito de soluciones.

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema homogéneo:

$$\left\{ \begin{array}{ccccccc} x & + & y & & & = & 0 \\ x & & & + & z & = & 0 \\ & & y & - & z & = & 0 \end{array} \right. \qquad \text{es equivalente a}$$

$$\left\{ \begin{array}{ccccccc} x & + & y & & & = & 0 \\ & & y & + & z & = & 0 \\ & & & & 0 & = & 0. \end{array} \right.$$

Este sistema es *compatible indeterminado*, tiene un número infinito de soluciones.
Considerando y como variable libre ($y = \lambda \in \mathbb{R}$) el conjunto solución se escribe como:

$$\{(x, y, z) \;/\; x = -\lambda, \;\; y = \lambda, \; z = -\lambda \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}\}.$$

Ejemplo: Resolver el siguiente sistema homogéneo:

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & y & & & = & 0 \\ x & & & + & z & = & 0 \\ & & y & - & z & = & 0 \end{array}\right. \qquad \text{es equivalente a}$$

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & y & & & = & 0 \\ & & y & + & z & = & 0 \\ & & & & 0 & = & 0. \end{array}\right.$$

Este sistema es *compatible indeterminado*, tiene un número infinito de soluciones.
Considerando y como variable libre ($y = \lambda \in \mathbb{R}$) el conjunto solución se escribe como:

$$\{(x, y, z) \,/\, x = -\lambda, \;\; y = \lambda, \; z = -\lambda \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}\}.$$

Observación: En este caso cada ecuación del sistema representa un plano que pasa por el origen, y se cortan en una recta que contiene al origen.

Ejemplos de aplicaciones de sistemas

Posiciones relativas de rectas

Ejemplo: Estudiar la posición relativa de las siguientes rectas:

$$r: \begin{cases} x = -2 - 3\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \quad \text{con } \lambda \in \mathbb{R} \qquad \begin{cases} x = 1 - \mu \\ y = 2\mu \\ z = 5 \end{cases} \quad s: \ \text{con } \mu \in \mathbb{R}.$$

Ejemplos de aplicaciones de sistemas

Posiciones relativas de rectas

Ejemplo: Estudiar la posición relativa de las siguientes rectas:

$$r: \begin{cases} x = -2 - 3\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \quad \text{con } \lambda \in \mathbb{R} \qquad \begin{cases} x = 1 - \mu \\ y = 2\mu \\ z = 5 \end{cases} \quad s: \text{ con } \mu \in \mathbb{R}.$$

Solución: Los vectores directores $\overrightarrow{d} = (-3, 5, 1)$ y $\overrightarrow{d'} = (-1, 2, 0)$ no son paralelos (verificarlo).

Ejemplos de aplicaciones de sistemas

Posiciones relativas de rectas

Ejemplo: Estudiar la posición relativa de las siguientes rectas:

$$r : \begin{cases} x = -2 - 3\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \quad \text{con } \lambda \in \mathbb{R} \qquad \begin{cases} x = 1 - \mu \\ y = 2\mu \\ z = 5 \end{cases} \quad s: \ \text{con } \mu \in \mathbb{R}.$$

Solución: Los vectores directores $\overrightarrow{d} = (-3, 5, 1)$ y $\overrightarrow{d'} = (-1, 2, 0)$ no son paralelos (verificarlo).

Por lo tanto las rectas no son paralelas, resolvamos el sistema:

$$\begin{cases} -2 - 3\lambda &= 1 - \mu \\ 3 + 5\lambda &= 2\mu \\ \lambda &= 5 \end{cases}$$

Ejemplos de aplicaciones de sistemas

$$\left\{\begin{array}{lcl} -2-3\lambda & = & 1-\mu \\ 3+5\lambda & = & 2\mu \\ \lambda & = & 5 \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} -2-3\lambda & = & 1-\mu \\ 3+5\lambda & = & 2\mu \\ \lambda & = & 5 \end{cases}$$

ordenando el sistema tenemos

$$\begin{cases} 3\lambda-\mu & = & 1 \\ 5\lambda-2\mu & = & -3 \\ \lambda & = & 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2-3\lambda & = & 1-\mu \\ 3+5\lambda & = & 2\mu \\ \lambda & = & 5 \end{cases}$$

ordenando el sistema tenemos

$$\begin{cases} 3\lambda-\mu & = & 1 \\ 5\lambda-2\mu & = & -3 \\ \lambda & = & 5 \end{cases}$$

Aplicamos el método Gauss y obtenemos que $\lambda = 5$ y $\mu = 14$ (el sistema es *compatible*).

Aplicamos el método Gauss y obtenemos que $\lambda = 5$ y $\mu = 14$ (el sistema es *compatible*).

Ejemplos de aplicaciones de sistemas

Aplicamos el método Gauss y obtenemos que $\lambda = 5$ y $\mu = 14$ (el sistema es *compatible*).
Como

$$r: \begin{cases} x = -2 - 3\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

El punto de corte se obtiene haciendo $\lambda = 5$ en las ecuaciones de r :

Aplicamos el método Gauss y obtenemos que $\lambda = 5$ y $\mu = 14$ (el sistema es *compatible*).
Como

$$r : \begin{cases} x = -2 - 3\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

El punto de corte se obtiene haciendo $\lambda = 5$ en las ecuaciones de r :

$$\begin{cases} x = -2 - 3.5 = -17 \\ \\ \end{cases}$$

Ejemplos de aplicaciones de sistemas

Aplicamos el método Gauss y obtenemos que $\lambda = 5$ y $\mu = 14$ (el sistema es *compatible*).

Como

$$r : \begin{cases} x = -2 - 3\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

El punto de corte se obtiene haciendo $\lambda = 5$ en las ecuaciones de r :

$$\begin{cases} x = -2 - 3.5 = -17 \\ y = 3 + 5.5 = 28 \\ \end{cases}$$

Ejemplos de aplicaciones de sistemas

Aplicamos el método Gauss y obtenemos que $\lambda = 5$ y $\mu = 14$ (el sistema es *compatible*).
Como

$$r : \begin{cases} x = -2 - 3\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

El punto de corte se obtiene haciendo $\lambda = 5$ en las ecuaciones de r :

$$\begin{cases} x = -2 - 3.5 = -17 \\ y = 3 + 5.5 = 28 \\ z = 5 \end{cases}$$

Aplicamos el método Gauss y obtenemos que $\lambda = 5$ y $\mu = 14$ (el sistema es *compatible*).
Como

$$r : \begin{cases} x = -2 - 3\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

El punto de corte se obtiene haciendo $\lambda = 5$ en las ecuaciones de r :

$$\begin{cases} x = -2 - 3.5 = -17 \\ y = 3 + 5.5 = 28 \\ z = 5 \end{cases}$$

Por lo tanto se *cortan* en $(-17, 28, 5)$.